

應用快速指標計算法

研析一實際電力系統之電壓穩定度

林耀宗

台電 電力調度處

一、前言

由於經濟蓬勃發展，電力需求日漸增加，面對民眾自我意識高漲，土地取得不易等問題，造成電力事業發展上的一大瓶頸。在有限的供電能力下，要承擔無限的用電需求，除了有效、無效電力的不足外，亦引發電壓穩定度方面的問題。由於受前述各項因素的影響，許多先進國家的電力公司已經面臨電壓穩定度的問題，如 1987 年日本東京以負載急劇上升為肇因之電壓崩潰[1]，及 1983 年瑞典因線路事故所產生之電壓崩潰[2]，而 1978 年法國及 1982 年比利時等局部系統亦有電壓穩定度的事故發生[3-4]。為了能夠防止此類問題再度發生，許多國家相繼投入有關電壓穩定度或電壓崩潰的研究工作。對於運轉人員而言，無法預知何時會發生電壓穩定度的問題，一旦面對時，也不知所措。

因此，一套具有可分析實際系統的電壓穩定度分析程式，並應用新的快速電壓穩定度指標計算法，提供運轉人員有利的分析工具是有迫切的需要。

本文所提出的快速指標計算法，是以奇異值分解理論為基礎，計算電力潮流方程式中賈克比矩陣(Jacobian matrix)的最小奇異值當作電壓穩定度的指標。因其具有疊代次數較少、執行時間較短，並可使用稀疏矩陣(sparsity matrix)技巧等優點，文中所模擬的實際系統包括 250 個匯流排、60 個發電機組、500 條支路數及 300 台變壓器。

二、矩陣之奇異值分解法

電力系統上，利用奇異值分解法求解電力潮流方程式賈克比矩陣的最小奇異值，可用來當作一種靜態電壓穩定度的指

標，此值的大小可代表目前系統運轉狀態與電壓穩定度極限之間的距離[5]；然而，計算最小奇異值的方法有許多種，其中以史梅德(T. Smed)等人所提之奇異值分解法 (Singular Value Decomposition Method)效率較佳，具有計算量少、所佔記憶體空間小及適合使用稀疏矩陣 (sparsity matrix)技巧等優點。進一步的說明如下：

2.1 矩陣之奇異值分解

茲假設矩陣 A 為壹 n 維實方陣，則其奇異值之分解可以下式來表示：

$$A = UDV^T = \sum_{i=1}^n \sigma_i u_i v_i^T \quad (1)$$

其中 U 和 V 為 n 維正交單位化矩陣 (orthonormal matrix)，而 u_i 和 v_i 分別為矩陣 A 之左奇異及右奇異向量 (singular vector)，且亦為矩陣 U 和矩陣 V 之行向量 (column vector)，而矩陣 D 為一對角矩陣，定義如下：

$$D(A) = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 \\ M & 0 & 0 & M \\ 0 & \Lambda & 0 & \sigma_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

對角矩陣 D 除對角線上的元素有數值外，其餘位置的元素皆為零，且假設此對角線元素的排列為：

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0,$$

因此最小的奇異值在最右下角的位置 (即 σ_n)。

最小奇異值之所以重要，是因為它可用以測定矩陣 A 有多靠近缺秩 (Rank Deficiency) 的情形[6]，再者，對於影響矩陣特性的擾動而言，最小奇異值是相當的不敏感的，所以最小奇異值可視為一種很好的條件數 (condition number)。就應用到電力系統電壓穩定度而言，若採用電力潮流方程式作為其數學模式，則由電力潮流方程式：

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \triangleq J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)是典型電力潮流分析之數學模式，電壓穩定度的情況可由式(3)矩陣 J 之最小奇異值來判斷，茲令

$$J = UDV^T \quad (4)$$

矩陣 D 中最小元素 $\sigma_n(J)$ 可用來測量矩陣 J 接近奇異的程度。如果最小奇異值等於零，則此矩陣即為奇異矩陣，代表電力潮流將無解，可解釋為當 ΔP 或 ΔQ 發生很小的擾動時，會造成電力潮流解 (即 $\Delta \theta$ 或 ΔV) 無限大的變化。在 $\sigma_n(J) = 0$ 這點，數個隨負載及發電量變化之不相交的特徵值軌跡將碰在一起，而引起特徵值複數平面上之幾何結構的改變，數學上此點就是

所謂靜態分歧點 (static bifurcation point)[7]。

由式(3)及(4)可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} &= (\mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T)^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{V}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{U}^T \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

因此，從小干擾的觀點而言，最小奇異值的倒數 σ_n^{-1} 代表了狀態變數最大的變化方向。將 $[\Delta P \ \Delta Q]^T$ 視為矩陣 $\mathbf{J}$ 之左奇異向量，即

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \mathbf{u}_n \quad (6)$$

在此 $\mathbf{u}_n$ 是矩陣 $\mathbf{U}$ 最後一行向量，則由式(5)可得

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \sigma_n^{-1} \mathbf{v}_n \quad (7)$$

在此 $\mathbf{v}_n$ 是矩陣 $\mathbf{V}$ 最後一行向量，因此 $[\Delta\theta \ \Delta V]^T$ 可解釋為矩陣 $\mathbf{J}$ 之右奇異向量。

從以上對於電力潮流方程式賈克比矩陣最小奇異值理論的推導，最小奇異值 σ_n 可代表目前電力系統的情況，可被使用來作為穩定度的指標。

2.2 新演算法之導演

為完整起見，茲先以史梅德[T.Smed][5]等人所提奇異值分解方法介紹起，之後

再提兩種改進型的演算法。

由式(4)可得：

$$\mathbf{J}^T \mathbf{u}_i = \sigma_i \mathbf{v}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

為了取得最小奇異值，設 $i=n$ ，則

$$\mathbf{J}^T \left(\frac{\mathbf{u}_n}{\sigma_n} \right) = \mathbf{v}_n \quad (9)$$

在式(9)中，為求得矩陣 $\mathbf{J}$ 的最小奇異值 σ_n ，可採用疊代法求解，即令 $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_n^{(k)}$ ，由參考文獻[5]可得矩陣 $\mathbf{J}$ 之左奇異向量 $\mathbf{u}_n^{(k+1)}$ 如下：

$$\mathbf{u}_n^{(k+1)} = (\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{v}_n^{(k)} \quad (10)$$

再由式(10)及式(9)可得

$$\frac{\mathbf{u}_n^{(k)}}{\sigma_n^{(k+1)}} \approx (\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{v}_n^{(k)} = \mathbf{u}_n^{(k+1)} \quad (11)$$

由式(11)，給予一個單位模初值 $\mathbf{u}_n^{(k)}$ ，可獲得 σ_n 之估測值 $\hat{\sigma}_n^{(k+1)}$ 為

$$\hat{\sigma}_n^{(k+1)} = \frac{\|\mathbf{u}_n^{(k)}\|_2}{\|\mathbf{u}_n^{(k+1)}\|_2} = \frac{1}{\|\mathbf{u}_n^{(k+1)}\|_2} \quad (12)$$

同理，令 $\mathbf{u}_n = \mathbf{u}_n^{(k+1)}$ ，矩陣 $\mathbf{J}$ 之右奇異向量 $\mathbf{v}_n^{(k+2)}$ ，可得 σ_n 之估測值 $\hat{\sigma}_n^{(k+2)}$ 為

$$\hat{\sigma}_n^{(k+2)} = \frac{1}{\|\mathbf{v}_n^{(k+2)}\|_2} \quad (13)$$

由式(10)至式(13)，可推得下列的演算法：

< 第一種演算法(I) >

1. 給予適當的初值向量 $\mathbf{v}_n^{(k)}$ ，並設 $k=0$

2. 將向量 $v_n^{(k)}$ 單位化, 即令 $v_n^{(k)} = \frac{v_n^{(k)}}{\|v_n^{(k)}\|_2}$
3. 由 $J^T u_n^{(k+1)} = v_n^{(k)}$ 式子中, 求得向量 $u_n^{(k+1)}$ 的解
4. 估計 $\hat{\sigma}_n^{(k+1)} = \frac{1}{\|u_n^{(k+1)}\|_2}$
5. 若 $k=0$, 則跳至第 7 步驟繼續執行
6. 若 $\hat{\sigma}_n^{(k+1)} - \hat{\sigma}_n^{(k)} < \varepsilon$ (容許誤差值) 則停止, 否則繼續下一步驟
7. 將向量 $u_n^{(k+1)}$ 單位化, 即令 $u_n^{(k+1)} = \frac{u_n^{(k+1)}}{\|u_n^{(k+1)}\|_2}$
8. 由 $J v_n^{(k+2)} = u_n^{(k+1)}$ 式子中, 求得向量 $v_n^{(k+2)}$ 的解
9. 估計 $\hat{\sigma}_n^{(k+2)} = \frac{1}{\|v_n^{(k+2)}\|_2}$
10. 若 $\hat{\sigma}_n^{(k+2)} - \hat{\sigma}_n^{(k+1)} < \varepsilon$ (容許誤差值) 則停止, 否則繼續下一步驟
11. $k=k+1$
12. 跳至第 2 步驟繼續執行

在上述的演算法中, 是基於奇異值分解法理論推導而來, 並藉由疊代左奇異向量(u_n)及右奇異向量(v_n)以求解。使用的運算法簡易, 僅計算二維模數(2-norm), 並可應用稀疏矩陣技巧, 對於大型系統的計算並沒有困難。此演算法除了可將電力潮流方程式賈克比矩陣 J 的最小奇異值求

出, 亦可找出對應的左奇異向量(u_n)或右奇異向量(v_n)。

由此基本理論, 可更進一步加以改進其計算效率。

由式(4), 可得:

$$JJ^T = UD^2U^T \quad (14)$$

再由式(14), 可直接獲得下式

$$(JJ^T)U = UD^2 \quad (15)$$

若分別觀看各 u_i 向量, 將式(15)改寫如下:

$$(JJ^T)u_i = \sigma_i^2 u_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (16)$$

為了獲得最小奇異值, 設 $i=n$, 則

$$(JJ^T)\left(\frac{u_n}{\sigma_n}\right) = u_n \quad (17)$$

由式(17), 導出下列之第一式新型疊代法, 首先給一個單位模初值 $u_n^{(k)}$, 則由式(17)可得一新值 $u_n^{(k+1)}$, 如下:

$$u_n^{(k+1)} = (JJ^T)^{-1} u_n^{(k)} \approx \frac{u_n^{(k)}}{[\sigma_n^{(k+1)}]^2} \quad (18)$$

由式(18)兩邊取模數(norm)可得

$$\|u_n^{(k+1)}\|_2 \cong \frac{1}{[\sigma_n^{(k+1)}]^2} \quad (19)$$

由式(19)可得新 σ_n 的估測值如下：

$$\hat{\sigma}_n^{(k+1)} = \frac{1}{\sqrt{\|u_n^{(k+1)}\|_2}} \quad (20)$$

由式(18)至式(20)，可導出下列之第一式
新型演算法：

< 第二種演算法(II) >

1. 給予適當的初值向量 $u_n^{(k)}$ ，並設 $k=0$
2. 將向量 $u_n^{(k)}$ 單位化，即令 $u_n^{(k)} = \frac{u_n^{(k)}}{\|u_n^{(k)}\|_2}$
3. 由 $(JJ^T)u_n^{(k+1)} = u_n^{(k)}$ 式子中，求得向量 $u_n^{(k+1)}$ 的解
4. 估計 $\hat{\sigma}_n^{(k+1)} = \frac{1}{\sqrt{\|u_n^{(k+1)}\|_2}}$
5. 若 $k=0$ ，則跳至第 7 步驟繼續執行
6. 若 $\hat{\sigma}_n^{(k+1)} - \hat{\sigma}_n^{(k)} < \varepsilon$ (容許誤差值)則停止，否則繼續下一步驟
7. $k=k+1$
8. 跳至第 2 步驟繼續執行

在上述的演算法中，是藉由疊代左奇異向量(u_n)來求解，收斂速率為二次收斂，收斂的速度將較第一種演算法為快，

疊代次數較少，此項優點對於大型系統的運算非常有利。

演算法二是藉由左奇異向量 u_n 來求解，同理我們也可藉由右奇異向量 v_n 來求解，茲歸納此第二式新型演算法如下：

< 第三種演算法(III) >

1. 給予適當的初值向量 $v_n^{(k)}$ ，並設 $k=0$
2. 將向量 $v_n^{(k)}$ 單位化，即令 $v_n^{(k)} = \frac{v_n^{(k)}}{\|v_n^{(k)}\|_2}$
3. 由 $(J^T J)v_n^{(k+1)} = v_n^{(k)}$ 式子中，求得向量 $v_n^{(k+1)}$ 的解
4. 估計 $\hat{\sigma}_n^{(k+1)} = \frac{1}{\sqrt{\|v_n^{(k+1)}\|_2}}$
5. 若 $k=0$ ，則跳至第 7 步驟繼續執行
6. 如果 $\hat{\sigma}_n^{(k+1)} - \hat{\sigma}_n^{(k)} < \varepsilon$ (容許誤差值)則停止，否則繼續下一步驟
7. $k=k+1$
8. 跳至第 2 步驟繼續執行

在上述的演算法中，是藉由疊代右奇異向量(v_n)來求解，此演算法疊代求解的過程，亦相當於二次收斂，收斂的速度將較第一種演算法快，疊代次數較少。

綜歸上述，演算法(I)是以左奇異向量(u_n)及右奇異向量(v_n)來互相疊代求解，因為此法僅為一次收斂，故疊代次數較多，求解時間較長，且其相對應於最小奇異值求出之奇異向量不易確定是左奇異

向量(u_n)還是右奇異向量(v_n)，是此法的缺點；在實際程式應用時，必須將賈克比矩陣 J 的 LU 分解後的矩陣 L 及矩陣 U 使用在程式中，利用順向替換法(Forward substitution method)及逆向替換法(Back substitution method)來求解。

演算法(II)及(III)則具有下列優點：

- (1)、稀疏矩陣(sparsity matrix)技巧皆能用得上。
- (2)、程式執行時所佔的記憶體很少。
- (3)、在完成一個電力潮流方程式的解後，電力潮流方程式賈克比矩陣 J 及其 LU 分解後的矩陣能夠被利用來求最小奇異值，使得計算更有效率，縮短運算時間。
- (4)、左右奇異向量可獨立求出。
- (5)、求解疊代次數較少。
- (6)、求解耗費時間較少。

2.3 數值實例說明

在本節中，將以實例來說明前述的演算法，並比較其差異。為了方便比較結果，容許誤差值 ϵ 皆設定為 10^{-5} ，資料點數均取 100 點，使用 Fortran 77 及 MATLAB 套裝軟體程式來模擬，並分別使用 PC486-33 及 PC486-66 電腦作一執行時間上的比較，提供參考。

考慮下列矩陣

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} \end{bmatrix}_{5 \times 4}$$

其中 $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{14}, \dots, a_{54}$ 為任意值

$$B = A \times A^T = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

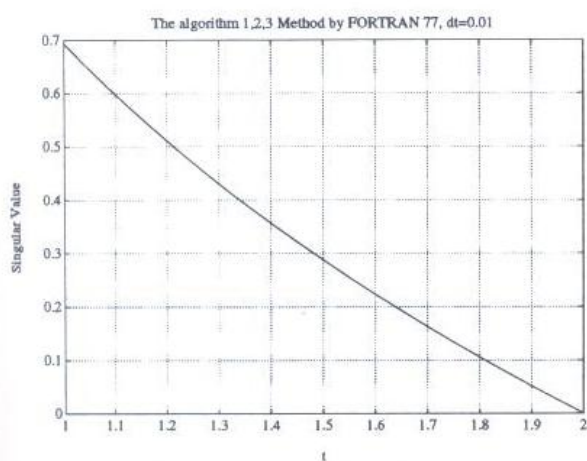
主要模擬矩陣 C 為

$$C = B + \ln\left(\frac{2}{t}\right) \times I, \quad t = 1 \rightarrow 2$$

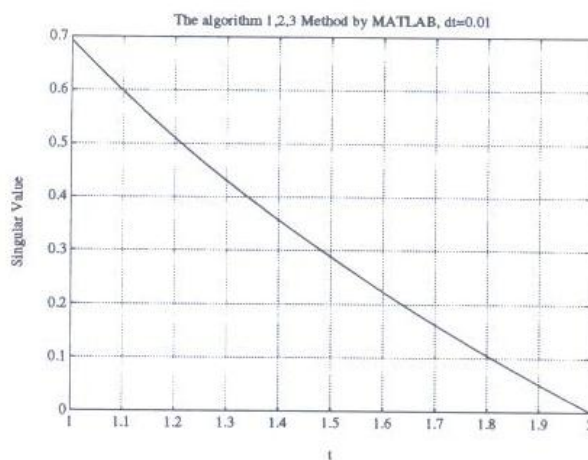
上式中矩陣 B 為奇異矩陣(singular matrix)，加上 $\ln\left(\frac{2}{t}\right) \times I$ 的目的，是要使模擬矩陣 C 能夠由非奇異矩陣逐步變化至奇異矩陣，以藉此來瞭解最小奇異值的變化情形。在此實例中，使用 Fortran 77 及 MATLAB 兩種不同的套裝軟體，並分別應用上節所提出的三種演算法，來計算本矩陣 C 的最小奇異值。

圖一為以 FORTRAN 77 套裝軟體，應用三種演算法，模擬結果十分相近，所以僅看到一條曲線。圖中顯示矩陣 C 最小奇異值的變化曲線，當 t 值愈接近 2 時，矩陣 C 愈接近奇異矩陣，最小奇異值亦愈

小。圖二為以 MATLAB 套裝軟體應用三種演算法，模擬結果類似，所以也僅看到一條曲線，表示此三種演算法在此兩套裝軟體下應用無誤；另應用不同演算法，所模擬之最小奇異值變化曲線相同，意味著三種演算法對於最小奇異的計算是相同的，而其主要差異是在疊代次數與執行時間。此三種演算法，在疊代次數與執行時間的比較，歸納如表一所示。以疊代次數或執行時間方面而言，演算法(III)表現最佳(其流程圖如圖三所示)，非常適合於大型系統的運算。本文將以演算法(III)為基礎，作為計算電壓穩定度指標方法，並將其應用在實際的電力系統上，以期能夠更快速的找出賈克比矩陣 J 的最小奇異值，作為電壓穩定度的指標。



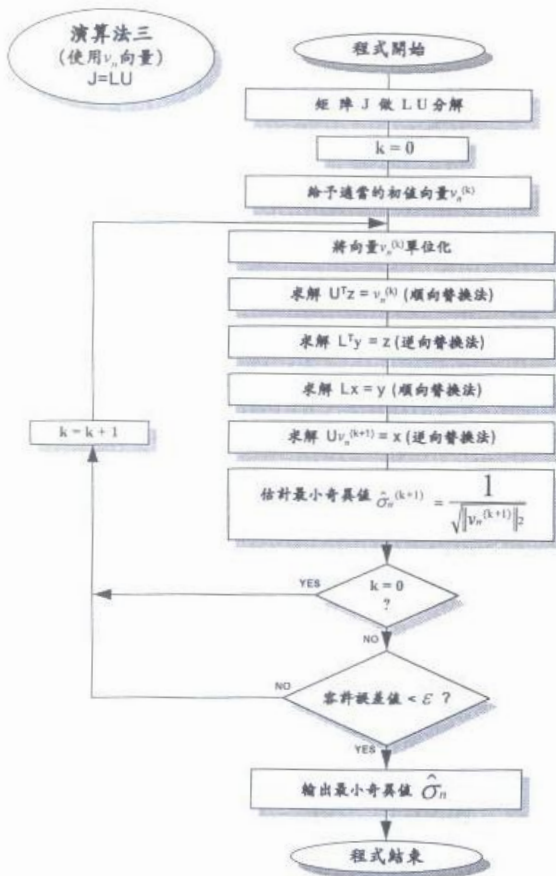
圖一 使用 FORTRAN 77 軟體模擬之結果



圖二 使用 MATLAB 軟體模擬之結果

表一：數值實例應用三種演算法之模擬結果

電腦 型式	使用 軟體	項目	演算法		
			(I)	(II)	(III)
PC486-33	F77	執行時間	1.32	1.31	1.22
		疊代次數	30	18	17
	MATLAB	執行時間	11.3	8.2	8.1
		疊代次數	30	18	17
PC486-66	F77	執行時間	0.82	0.81	0.77
		疊代次數	30	18	17
	MATLAB	執行時間	8.9	7.1	6.9
		疊代次數	30	18	17
備註	執行時間單位為秒				



圖三 演算法三求解最小奇異值的流程圖

三、電壓穩定度指標之快速計算方法

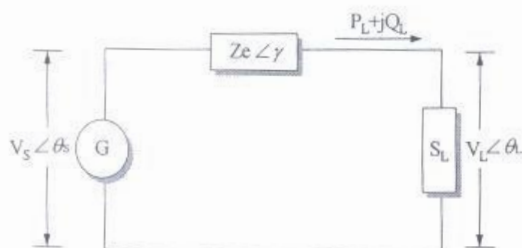
本節所提出的電壓穩定度指標方法，主要是利用上節所敘述的矩陣奇異值分解法來計算電力潮流方程式賈克比矩陣的最小奇異值，作為電壓穩定度的指標。此種方法所耗費的計算量並不大，因此可以在很短時間內，快速計算出電壓穩定度的指標，以提供系統運轉人員參考，以便在系統電壓穩定度問題發生之前，能有較充裕的時間採取對策，不致影響供電可靠度。

3.1 電壓穩定度之數學模式

由觀察許多實際電壓崩潰的例子知道，在電壓崩潰事故之前，系統操作點是隨負載的增加而變化，負載匯流排上的電壓也隨著負載增加逐漸遞減，直到發生一個尖銳、加速的變化為止，此點也就是所謂的電壓崩潰點。換句話說，在電壓崩潰點發生前，電力系統的行為可視為一個靜態系統。因此，傳統靜態電力潮流模型能夠被使用來預測系統電壓行為。然而，在電壓崩潰點之前，在很短的時間內，系統將快速的發生電壓崩潰現象。明顯地，在系統到達崩潰點時，須要一個動態模型來描述此時系統的動態行為。因為電力系統是一個相當龐大的非線性系統，如果考慮使用此動態負載模型，則將會使模型複雜化。再者，依據參考文獻[8]指出，在電壓崩潰點之前使用一個動態模型所產生的結果，和靜態模型產生的結果差異甚小。除此之外，就一個實際的電力系統而言，當然不會故意讓其運轉在崩潰點邊緣的。因此，本文亦採用大多文獻的做法，使用一個靜態電壓穩定度模型來研析在電壓崩潰點前的電力系統行為。

電壓崩潰的現象，可以藉著簡單的例子來說明。如圖四所示，由一個固定電壓源 V_s ，傳輸阻抗 Z_e 及外部的負載 S_L 所組成，其角度分別為 θ_s ， γ 及 θ_L ，由此圖可明顯看出，負載 S_L 是由實功率 P_L 及虛

功率 Q_L 所組成，經由傳輸阻抗 Z_e 自電壓源 V_S 吸收功率。



圖四 說明電壓崩潰現象的簡易實例

應用電路學的方法可導出：

$$P_L = \frac{V_L V_S}{Z_e} \cos(\theta_L + \gamma - \theta_S) - \frac{V_L^2}{Z_e} \cos \gamma \quad (21)$$

$$Q_L = \frac{V_L V_S}{Z_e} \sin(\theta_L + \gamma - \theta_S) - \frac{V_L^2}{Z_e} \sin \gamma \quad (22)$$

茲假設負載的功率因數為 pf ，則功率因數和有效及無效功率之間的關係為：

$$Q_L = P_L \frac{\sqrt{1 - pf^2}}{pf} \quad (23)$$

在式(23)中，功率因數為滯後

$$Q_L = -P_L \frac{\sqrt{1 - pf^2}}{pf} \quad (24)$$

在式(24)中，功率因數為超前。

以上式(21)至式(24)為以圖四為基礎所導出之基本電力潮流方程式，為了繪出相對應的電壓崩潰曲線，由式(21)及式(22)合併可得

$$\left(\frac{V_L V_S}{Z_e}\right)^2 = P_L^2 + Q_L^2 + 2 \frac{V_L^2}{Z_e} (P_L \cos \gamma + Q_L \sin \gamma) + \left(\frac{V_L^2}{Z_e}\right)^2 \quad (25)$$

若功率因數為滯後，將式(23)代入式(25)，可得

$$P_L^2 + 2pf^2 \frac{V_L^2}{Z_e} (\cos \gamma + \frac{\sqrt{1 - pf^2}}{pf} \sin \gamma) P_L + \frac{pf^2 V_L^2 (V_L^2 - V_S^2)}{Z_e^2} = 0 \quad (26)$$

同理，若功率因數為超前，可得

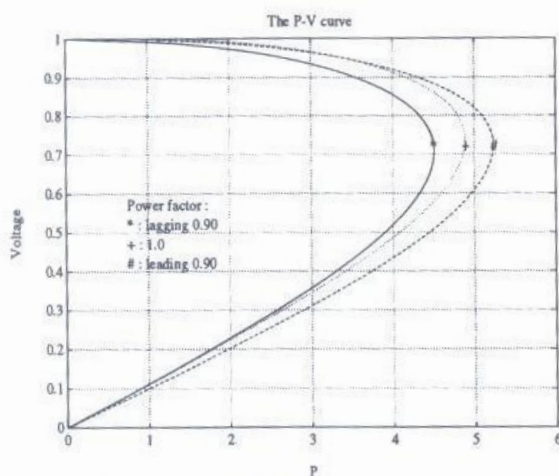
$$P_L^2 + 2pf^2 \frac{V_L^2}{Z_e} (\cos \gamma - \frac{\sqrt{1 - pf^2}}{pf} \sin \gamma) P_L + \frac{pf^2 V_L^2 (V_L^2 - V_S^2)}{Z_e^2} = 0 \quad (27)$$

因此由式(26)及式(27)，以不同的功率因數(包括滯後及超前)與電源電壓，繪出如圖五及圖六的電壓崩潰曲線。由圖五中可知若負載功率因數愈超前，則系統能傳送的功率愈大，可見負載端增加虛功率的重要性；又由圖六中可知若電源電壓能夠維持愈高，則系統傳送的電力也愈大，因此，如何在電壓崩潰現象未發生前維持電源電壓在合理值，也是非常重要的。

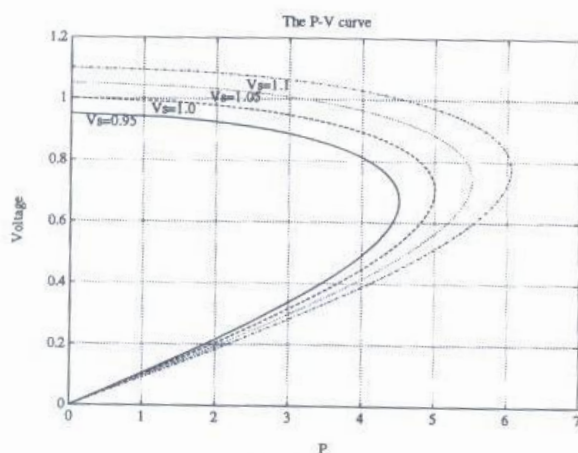
由圖五或圖六中，可知每一個負載實功率 P_L ，將對應兩個負載電壓 V_L ，其中位於上半部的負載電壓 V_L 是個穩定的操作點，也是真正的電力潮流解。反之，位於下半部的負載電壓是個不穩定的操作點，系統不可能在此情況下維持運轉。觀察此兩圖中的曲線，可知只有在臨界點時，僅對應一個負載電壓解，此點也就是通常所謂的電壓崩潰點 (Voltage

Collapse Point)。

以下將使用一種電壓穩定度靜態模型，作為求出電壓穩定度指標之基本模型。在此所推出之靜態模型是引用連續法理論(Continuation Method)[9]為基礎而導出，現將其內容描述如後。考慮下列之連續可微分函數方程組：



圖五 以不同的功率因數(滯後及超前)繪出的 P-V 曲線



圖六 以不同的電源電壓繪出的 P-V 曲線

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_{n+1}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

式(28)中， $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$ 為 $n+1$ 個實變數。由於所假設之連續性成立，因此在 $n+1$ 度狀態空間中，依上述之方程組可定義出一條空間曲線 C ：

$$C \equiv \{X | F_i(X) = 0, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (29)$$

其中

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_{n+1})^T \quad (30)$$

若循式(29)所定義出空間曲線 C 之軌跡，由 X^k 作一微量變化 ΔX ，則由式(28)可得

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_{n+1}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_{n+1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_{n+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

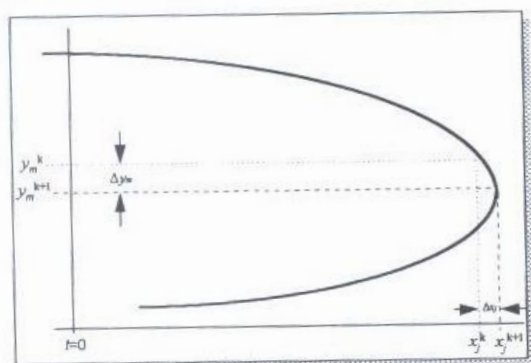
根據隱函數理論 (Implicit function theory)，若已知其中一元素，譬如 $x_j^{k+1} = x_j^k + \Delta x_j$ ，則其餘各元素可依下式求得：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{j-1}} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_{n+1}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_{j-1}} & \frac{\partial F_2}{\partial x_{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_{n+1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_{j-1}} & \frac{\partial F_n}{\partial x_{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_{n+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_{j-1} \\ \Delta x_{j+1} \\ \vdots \\ \Delta x_{n+1} \end{bmatrix} = -J_F \Delta x_j = - \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_j} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_j} \end{bmatrix} \Delta x_j \quad (32)$$

由式(32)中，可知在求解時並不需要使用完整的賈克比矩陣計算，因此在實際

運用上，毋須擔心賈克比矩陣的反矩陣是否存在。

茲以圖七為例說明，若點 (x_j^k, y_m^k) 為空間曲線 C 上一點，若令 $x_j^{k+1} = x_j^k + \Delta x_j$ ，則由此圖中，可知因賈克比矩陣過於奇異(singular)而無法求解，此時若令 $y_m^{k+1} = y_m^k + \Delta y_m$ ，則可順利解得 x_j^{k+1} 。因此，對於一般牛頓法在接近崩潰點無法求解的情形，可依上述方法，沿著空間曲線 C，以適當的步驟來求解精確之崩潰點。在求解的過程中，若遇到發散無法收斂的狀況，可嘗試更改變數解決發散情形，而順利求解。



圖七 說明連續法求解的簡易曲線

將上述之理論應用在包含 n 個匯流排之電力系統上，其中匯流排 1 為搖擺匯流排(Swing bus)，匯流排 2 至匯流排 m 為發電機匯流排(即 PV 匯流排)，其餘為負載匯流排(即 PQ 匯流排)，因此可列出下列電力潮流方程式：

$$f_i(V, \alpha) = V_i \sum_j Y_{ij} V_j \cos(\alpha_i - \alpha_j - \gamma_{ij}) - P_i = 0 \quad (33)$$

$$i = 2, 3, \dots, n$$

$$f_k(V, \alpha) = V_k \sum_j Y_{kj} V_j \cos(\alpha_k - \alpha_j - \gamma_{kj}) - Q_k = 0 \quad (34)$$

$$k = m+1, m+2, \dots, n$$

其中

$$P_i = P_i^0 (1 + p_i(t)) \quad (35)$$

$$Q_i = Q_i^0 (1 + q_i(t)) \quad (36)$$

上式中， t 為依據負載增加所定義出之啞變數(dummy variable)，而 $p_i(t)$ 及 $q_i(t)$ 為用以近似負載增加之函數， P_i^0 及 Q_i^0 為 $t=0$ 時匯流排之有效功率與無效功率，亦即為起始點負載量(在第四節實例研討中稱為基本負載量)。將上述兩方程式寫成向量型態，令 $N=2n-m-1$ ，則

$$\begin{aligned} F(X, t) &= 0 \\ F: \mathbb{R}^{N+1} &\rightarrow \mathbb{R}^N \\ X &= (V^T, \alpha^T) \in \mathbb{R}^N, t \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (37)$$

當 $t=0$ 時，以傳統之牛頓法即可求解，當負載增加時，則依序令 $t^{k+1} = t^k + \Delta t$ ，並解 X 之值，當發散情況出現(即一般牛頓法無法再求解時)，選擇發散之前上一次收斂解中 $\Delta x_j^{k-1} = \max(\Delta x_i^{k-1}), i = 1, 2, \dots, N$ ，並令 $x_j^{k+1} = x_j^k + \varepsilon$ ，然後解其餘之狀態變數(即 $x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_{j-1}^{k+1}, x_{j+1}^{k+1}, \dots, x_N^{k+1}, t^{k+1}$)，依此法循序求解，直至 $t^{k+1} < t^k$ 為止。

此法可藉微調增量 Δx 以求得精確之崩潰點。上述之方法具有下列之優點：

- (1). 系統方程式之個數與傳統電力潮流方程式相同，並沒有增加。
- (2). 可求得精確之電壓崩潰點，毋須擔心矩陣過於奇異而無法求解的問題。
- (3). 越過崩潰點的下半部曲線可順利求出，提供參考。
- (4). 由賈克比矩陣行列式之變號，可以判斷電壓崩潰點的位置。
- (5). 在崩潰點之前的負載增加模式，可依不同的型式來設定，並不受限。

由上述可知，使用連續法來求解電力系統之電壓崩潰點是非常適合的，因此採用此法所推演之模式來作為電壓穩定度之靜態模型，在第四節中，將以此靜態模型為基礎，並配合下節所述的快速電壓指標計算方法，以分析實際系統的電壓穩定度情形。

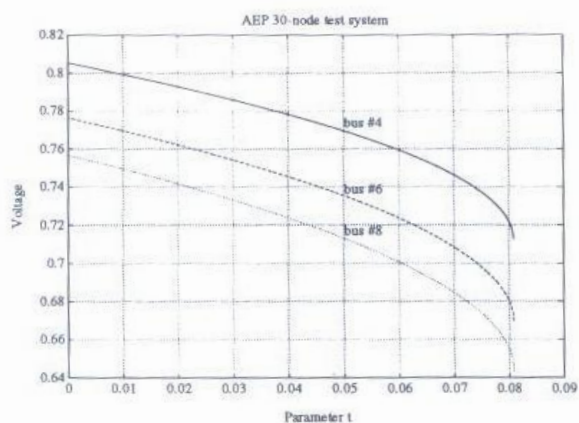
3.2 快速指標計算方法

本節中，以矩陣最小奇異值理論為基礎，將其應用在電力系統上，以求得一種快速的電壓穩定度指標。由於矩陣最小奇異值的大小，可代表矩陣距離缺秩的遠

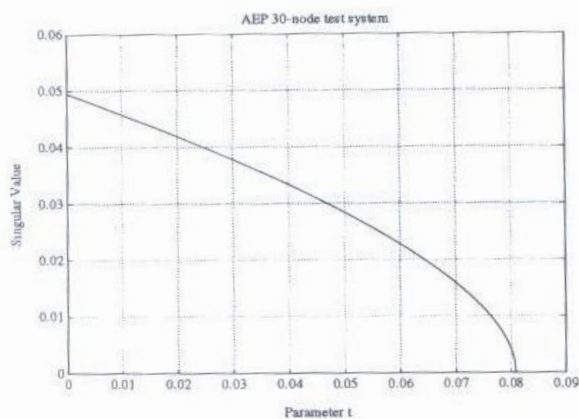
近，將此性質應用在電力系統上，當系統運轉至電壓崩潰點時，一個系統的小擾動(指 $\Delta P, \Delta Q$)，將造成電力潮流解無限大的變化(指 $\Delta \theta, \Delta V$)，意味賈克比矩陣已為奇異矩陣(即缺秩的狀態)，因此就可利用賈克比矩陣最小奇異值的大小，以代表系統目前距離崩潰點的遠近。

以 AEP 30 匯流排系統[10]為例，所繪出的電壓變化圖(匯流排 4、6 及 8)與電壓穩定度指標變化圖分別表示於圖八及圖九中，由此兩圖可知，在求解電壓崩潰點的過程中，由於系統負載是遞增的狀態，伴隨著無效功率需求的增加，造成各匯流排上的電壓愈來愈低(如圖八)，而賈克比矩陣之奇異值也愈來愈小，(如圖九)，所以藉著觀察賈克比矩陣最小奇異值的變化，可瞭解目前系統的狀態如何，因此最小奇異值可作為電力系統的一種電壓穩定度指標[11]。

在數學的運算上，直接對矩陣作奇異值分解是相當複雜的，在此特別強調，並不需將奇異值分解的結果完整的求出，而僅找出矩陣最小的奇異值即可。因此，在實際的運用上不太困難。利用第三種演算法，能快速的給與系統電壓穩定度的指標，對於急需瞭解系統狀況的運轉人員而言，提供了一項很大的幫助。



圖八 AEP 30匯流排系統模擬之電壓變化圖



圖九 AEP 30匯流排系統模擬之電壓穩定度指標變化圖

四、實際系統電壓穩定度分析

現以本公司的實際系統作為研討對象，使用第三節中所提出之快速電壓指標計算法及連續法理論，對此實際系統作一詳細的模擬分析。研討的內容主要分為以下兩大項目：

- (1). 一年度中各月尖峰系統之研討：以台電系統八十三年五月至八十四年四月止共一年，各月尖峰系統之電壓崩潰點變遷情形作一研討，以瞭解一個年度中系統電壓穩定度的變化情形，藉

此得知系統運轉餘裕量的變遷狀況，另外也針對系統備用容量用罄時，可能採取之卸載措施作一研討，並與上述之電壓崩潰結果作比較。

- (2). 歷年最高尖峰系統之研討：以台電系統八十年至八十四年止共五個年度尖峰系統(七月份)之電壓崩潰點變遷情形作一研討，以瞭解在歷年尖峰月份中，除了面對備用容量不足的情形外，在電壓穩定度方面是否也有較差的情形出現。另外在電壓穩定度指標分析方面，將兩種不同的電壓穩定度指標作單位化，可提供系統運轉人員訂定運轉極限的參考。由模擬的結果，可得知歷年系統之電壓穩定度的實際變遷情形。另外，也針對系統備用容量用罄時，可能採取之卸載措施作一研討，並比較其結果。

4.1 系統說明

為進一步說明，將上述系統之資料型態表，分別列於表二及表三中，此兩表中詳細描述了此實際系統匯流排、發電機組、支路、變壓器的個數，及基本負載量的大小、備用容量的多寡等。其中備用容量(Reserve Capacity)是以系統所有發電機組最大輸出容量的總和扣除基本負載之發電量而得，由於各個系統發電狀況不同，故備用容量之大小也會隨之不同；基本負載量的大小，是以基本的電力潮流程

式求得，代表初始點時的系統總負載量。由表三中可知，以八十三年夏季尖峰(七月)之基本負載量最大，而以八十四年冬季離峰(二月)之基本負載量最小；另外由表二可知，歷年尖峰月份中，以八十四年夏季尖峰(七月)之基本負載量最大。

圖十為系統備用容量的變化情形，可瞭解在一年度中，以夏季(六、七及八月)備用容量較低，這與一般的想法相同；值得注意的是由於系統電源不足，大部份的機組都安排在冬季離峰時檢修，因此使得冬季離峰時，也出現備用容量偏低的情形，以八十四年三月備用容量僅有 487MW 的例子最為明顯。圖十一為歷年備用容量變化長條圖，可觀察出備用容量是逐年遞減，此以八十三年及八十四年的備用容量都低於 500MW 最為明顯，凸顯出系統近年來電源開發不足的問題。

表二、自八十年至八十四年止系統之資料型態表

年/月	匯流排數	發電機數	支路數	變壓器數	基本負載		備用容量 (MW)
					實功率 (MW)	虛功率 (MVAR)	
80/7	259	52	433	214	14738.94	4016.44	1320.75
81/7	275	56	472	295	16053.80	4390.36	931.25
82/7	285	65	507	329	17192.01	4249.74	633.50
83/7	305	62	506	311	17981.59	4423.97	495.75
84/7	331	64	549	331	18953.30	4495.90	466.50

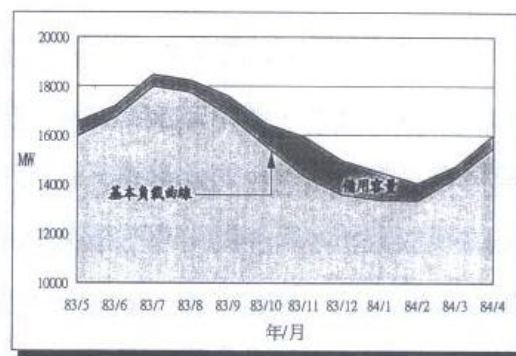
表三、自八十三年五月至八十四年四月止系統之

資料型態表

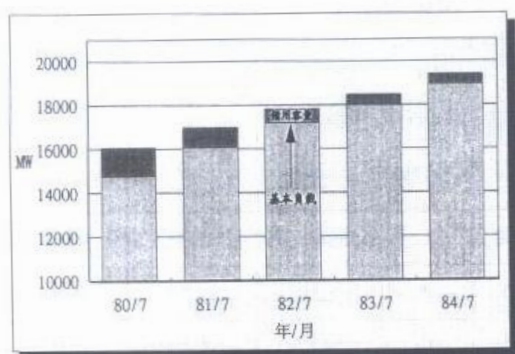
年/月	匯流排數	發電機數	支路數	變壓器數	基本負載		備用容量 (MW)
					實功率 (MW)	虛功率 (MVAR)	
83/5	301	62	503	307	15941.00	3813.17	612.75
83/6	301	62	504	307	16726.60	4201.74	455.75
83/7	305	62	506	311	17981.59	4423.97	495.75
83/8	305	62	510	313	17741.35	4206.87	487.50
83/9	307	62	514	317	16802.40	3860.05	792.25
83/10	307	62	515	318	15537.43	3569.45	934.75
83/11	315	62	534	325	14304.37	2746.42	1630.00
83/12	317	62	538	325	13550.00	2373.70	1419.00
84/1	320	62	541	328	13355.00	2258.50	1144.75
84/2	320	62	542	328	13330.01	2170.60	706.50
84/3	320	62	540	328	14250.01	2496.30	487.75
84/4	321	63	540	330	15483.99	2891.68	532.00

4.2 實際模擬之結果

針對前述所提之兩項研討項目，其模擬結果，分述如下：



圖十、自八十三年五月至八十四年四月止系統之備用容量圖



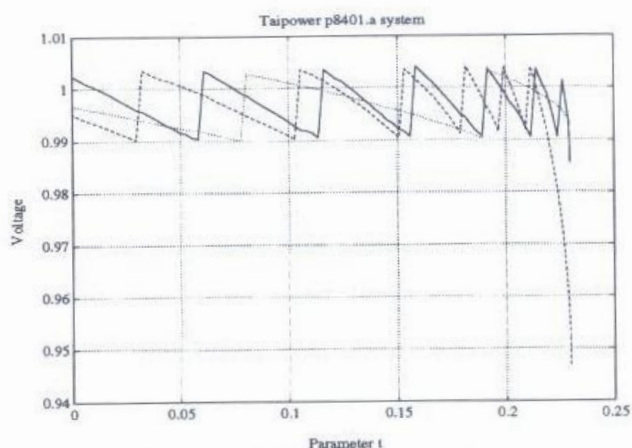
圖十一、自八十年至八十四年止歷年尖峰系統之備用容量圖

(1). 一年度中各月尖峰系統之研討：

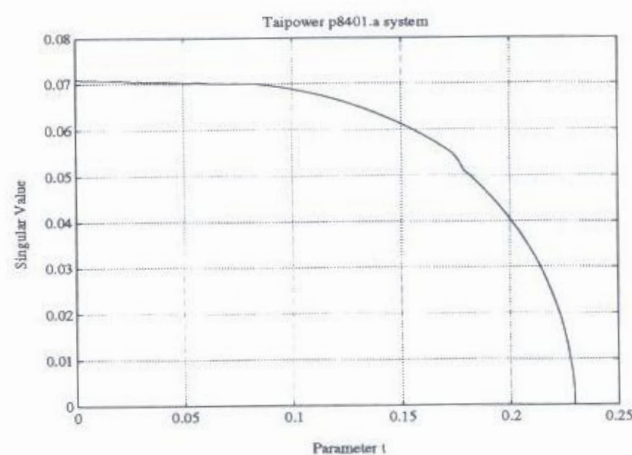
a. 未考慮採取卸載措施：

由於模擬之系統資料甚多，僅以八十四年一月系統的模擬結果作說明。圖十二為台電系統八十四年一月北部松樹一次變電所(SS P/S)、中部彰化一次變電所(CH P/S)及南部高港超高壓變電所(KK E/S)三所隨系統負載增加的電壓變化曲線；由圖中可看出在崩潰點前三站的電壓變化情形，其中電壓曲線呈現鋸齒狀變化的原因是在模擬的過程中，將一次變電所主變壓器(161/69KV)的分接頭放在自動調整的緣故，以維持固定之二次電壓輸出；另外觀察這三條電壓變化曲線，在接近崩潰點前，以中部彰化變電所的電壓較低，而高港變電所的電壓卻能維持的較高，其原因可能是彰化變電所供應的負

載較重，且未與大型發電機組直接相聯。圖十三為對應圖十二所模擬出以最小奇異值作為電壓穩定度指標的變化曲線，由此圖可知系統 t 參數增加(即系統負載的增加)時，電壓穩定度指標是愈來愈小，而在到達電壓崩潰點時為最小，其值幾乎為零，因此可藉此指標的大小，作為判別距離電壓崩潰點的遠近。



圖十二 八十四年一月松樹P/S、彰化P/S及高港E/S三站電壓變化曲線

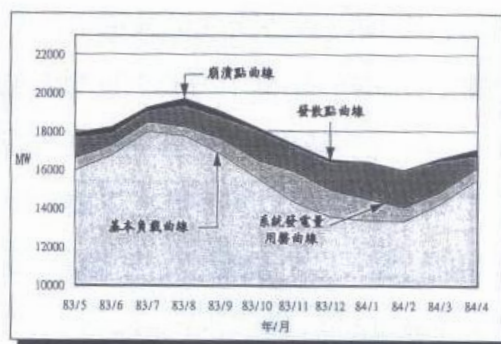


圖十三 八十四年一月電壓穩定度指標變化曲線

爲了瞭解一年度中各月份電壓崩潰點的變遷情形，將十二個月份的電壓穩定度模擬結果歸納成表四，此表是以 3-1 節中所述的 t 參數表示的模擬結果(表中的 t 參數可依負載增加的模式轉換成系統負載量)，因此由表中可知各月份的電壓崩潰點因系統的不同而有所差異。一般說來，以夏季尖峰時之電壓穩定度較差，也就是電壓崩潰之現象較早發生，此可由八十三年七月崩潰點 t 參數僅有 1.0705677 明顯看出；由表中可看出各月份中，以八十四年一月份電壓穩定度的情形最好，而以八十三年七月份最差。在不考慮發電限制的情況下，如果崩潰點距離基本負載點愈遠，即代表系統運轉餘裕較大，也就是愈安全，可知以八十三年七月系統的運轉餘裕較小，在電壓崩潰現象未發生時，就已經產生電力不足的問題，實值得注意；順便一提的是在此所稱的發散點是指一般牛頓法電力潮流程式開始發散之點，過了發散點之後，須藉由 3-1 節中所引用的連續法來求解，因此觀察發散點與崩潰點之間的距離可瞭解連續法求解精確崩潰點的能力。以系統負載量表示之電壓崩潰情形如圖十四所示，由圖中可知十二個月份中以八十三年七月的系統負載量最大，其電壓穩定度情形最差。

表四、各月份(83.5-84.4)以 t 參數表示之電壓穩定度模擬結果

年/月	基本 負載 t 參數	系統發電量 用罄負載 t 參數	發散點負載 t 參數	崩潰點負載 t 參數
83/5	1	1.0394197	1.1095551	1.1226820
83/6	1	1.0295434	1.0695265	1.0889772
83/7	1	1.0263751	1.0605200	1.0705677
83/8	1	1.0267280	1.0886094	1.1102470
83/9	1	1.0465816	1.1149358	1.1332418
83/10	1	1.0600580	1.1621142	1.1709907
83/11	1	1.1113910	1.2033013	1.2114365
83/12	1	1.1012860	1.2111924	1.2197186
84/1	1	1.0834935	1.2287352	1.2295115
84/2	1	1.0527019	1.1994398	1.2002172
84/3	1	1.0415304	1.1571096	1.1661870
84/4	1	1.0381435	1.0809345	1.1030567



圖十四、各月份(83.5-84.4)以系統負載量表示之電壓崩潰點模擬結果圖

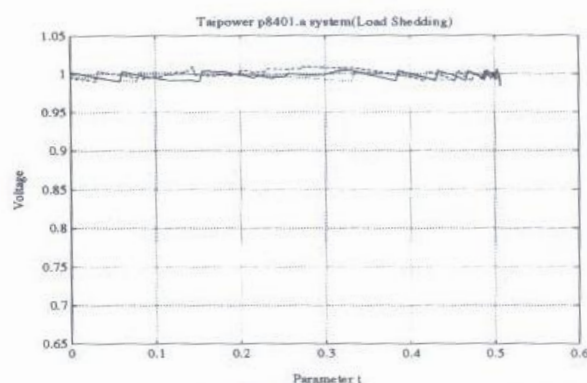
b. 考慮採取卸載措施：

在系統備用容量用罄時，爲了使系統

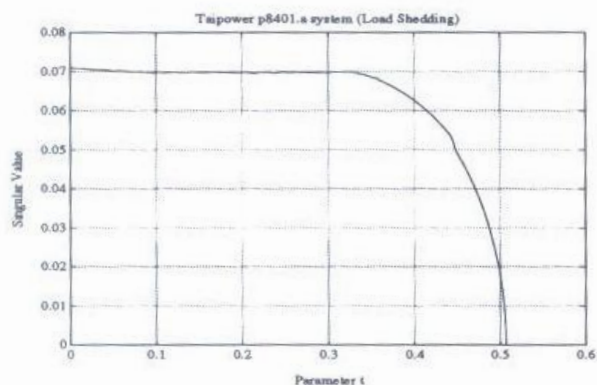
能夠繼續正常運轉，最有效的方法就是採取卸載措施。模擬過程中，為了符合實際的狀況，在系統備用容量不足時，即採用緊急分區輪流停電的卸載排程措施。圖十五為台電系統八十四年一月的電壓變化圖(松樹 P/S, 彰化 P/S, 高港 E/S 三站)，由圖中可知，電壓崩潰的現象因實施卸載措施而延遲發生，可見卸載措施能夠維持系統的電壓穩定度，且值得注意的是在接近崩潰點時，三個變電所的電壓都未低於 0.95pu，因此光憑電壓的大小是無法判斷電壓穩定度的好壞；圖十六為八十四年一月的電壓穩定度指標圖，對應於圖十五比較可知，雖然在崩潰點附近電壓仍維持在將近 1pu，但電壓穩定度指標已趨近於零，因此電壓穩定度指標能夠確切代表系統的電壓穩定度狀態。

為了更進一步瞭解模擬過程中，採取卸載措施對系統各項參數的影響，將系統搖擺匯流排出力、系統總輸出實功率的變化曲線，表示在圖十七及圖十八。以線性增加的方式來模擬系統負載的增加，在系統備用容量尚未用罄以前，系統總輸出實功率的變化曲線(圖十八)呈線性增加，此時系統負載增加的量，必須藉由備用容量來支應，而搖擺匯流排毋須增加出力，所以搖擺匯流排的出力此時是維持定值的(參考圖十七)，因此在曲線上看到的是一水平直線，但是當系統備用容量用罄(參考圖十七, 當 $t=1.0834935$)後，系統開始採用

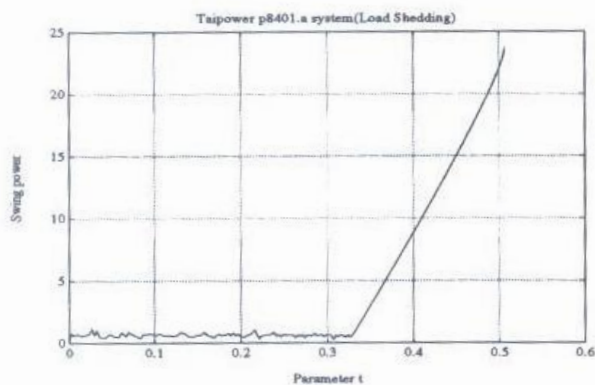
卸載措施，此時系統總負載量不再增加，因此系統總輸出實功率的變化曲線呈一水平直線，而搖擺匯流排的出力也不變，曲線仍呈水平直線變化；當系統排程卸載量用罄(參考圖十八, 當 $t=1.3291510$)後，由於系統負載繼續增加，系統總輸出實功率也隨之增加，而呈現一斜線增加的變化曲線，由於負載的增加必須由搖擺匯流排的發電機來供應，因此搖擺匯流排出力的曲線呈現和系統總輸出實功率相同的變化曲線，亦即斜線上升的圖形，此種情形一直持續到崩潰點為止($t=1.5066350$)。歸納本項目之研討結果，如表五(以 t 參數表示)為系統採取卸載措施後所模擬的電壓崩潰模擬結果，由此表中可知仍以八十三年七月系統電壓穩定度最差，但由於卸載措施的實行，電壓崩潰現象延遲 0.2020133(以 t 參數表示)發生。



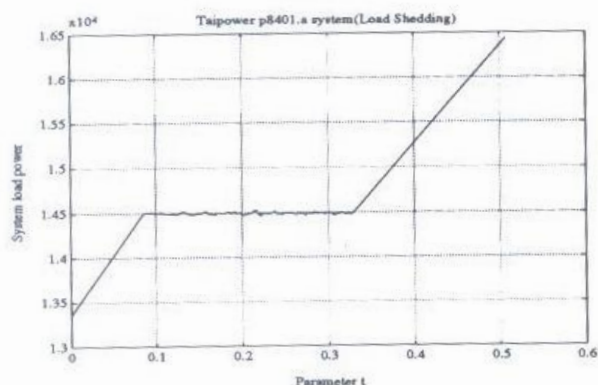
圖十五 八十四年一月松樹P/S、彰化P/S及高港E/S三站電壓變化曲線(考慮卸載)



圖十六、八十四年一月電壓穩定度指標變化曲線
(考慮卸載)



圖十七、八十四年一月搖擺匯流排出力圖(考慮
卸載)



圖十八、八十四年一月系統總輸出實功率變化曲
線(考慮卸載)

表五、各月份(83.5-84.4)以 t 參數表示之電壓穩定
度模擬結果(考慮卸載)

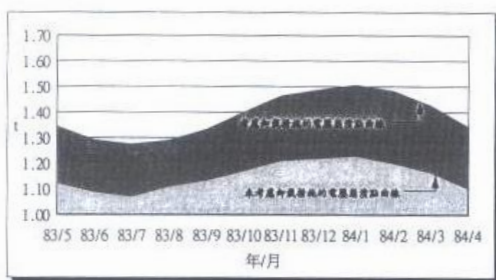
年/月	基本 負載 t 參數	系統發電 量用罄負 載 t 參數	排程卸載 量用罄負 載 t 參數	發散點 負載 t 參數	崩潰點 負載 t 參數
83/5	1	1.0394197	1.2424220	1.3243475	1.3436395
83/6	1	1.0283290	1.2193060	1.2717430	1.2898621
83/7	1	1.0263751	1.2083380	1.2488308	1.2725810
83/8	1	1.0267280	1.2089310	1.2834614	1.2887402
83/9	1	1.0465816	1.2332110	1.3168825	1.3311341
83/10	1	1.0600580	1.2691070	1.3941657	1.3996796
83/11	1	1.1113910	1.3430850	1.4542668	1.4632363
83/12	1	1.1012860	1.3424610	1.4800550	1.4867665
84/1	1	1.0834935	1.3291510	1.5052894	1.5066350
84/2	1	1.0527019	1.3004540	1.4816809	1.4828278
84/3	1	1.0358965	1.2664800	1.4248943	1.4270492
84/4	1	1.0330781	1.2454120	1.3252763	1.3444532

c.卸載措施實施與否之比較：

爲了能夠更清楚的瞭解系統採取卸載措施對電壓崩潰點有很大的延長作用，茲將 a 項及 b 項研討內容中以 t 參數表示的電壓崩潰點模擬結果歸納於表六中，相對於此表所繪出的比較曲線如圖十九所示，觀察此圖可明顯看出各月份的系統若採取卸載措施皆能夠延長系統的電壓崩潰點。

表六、各月份(83.5-84.4)以 t 參數表示之卸載與否比較表

年/月	崩潰點負載 t 參數		差異量
	未考慮卸載	考慮卸載	delta(%)
83/5	1.1226820	1.3436395	0.197
83/6	1.0889772	1.2898621	0.184
83/7	1.0705677	1.2725810	0.189
83/8	1.1102470	1.2887402	0.161
83/9	1.1332418	1.3311341	0.175
83/10	1.1709907	1.3996796	0.195
83/11	1.2114365	1.4632363	0.208
83/12	1.2197186	1.4867665	0.219
84/1	1.2295115	1.5066350	0.225
84/2	1.2002172	1.4828278	0.235
84/3	1.1661870	1.4270492	0.224
84/4	1.1030567	1.3444532	0.219



圖十九、各月份(83.5-84.4)以 t 參數表示之卸載與否比較曲線

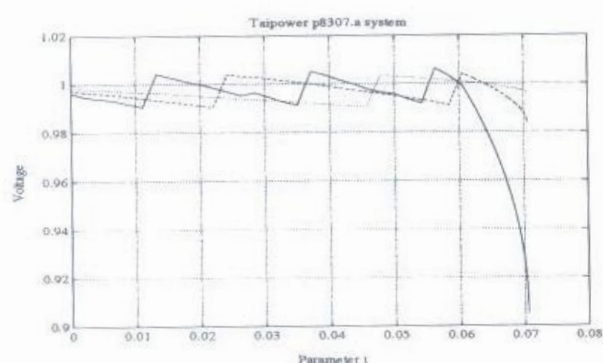
(2). 歷年最高尖峰系統之研討：

台電系統中，夏季的負載較重，全系統最高尖峰負載往往都發生在七月份，所以在本研討項目中，將針對歷年七月份的系統資料做研討。將台電八十年至

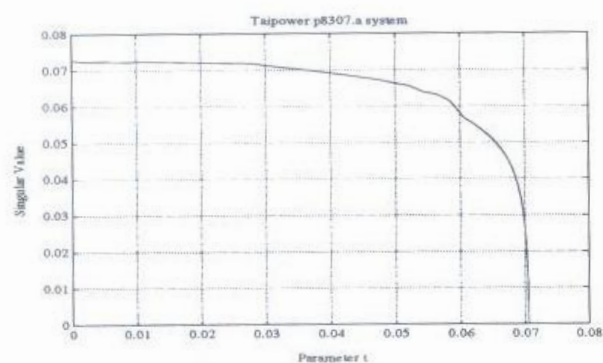
八十三年四個年度尖峰月份資料所作的電壓崩潰點的模擬情形，分述如下：

a. 未考慮採取卸載措施：

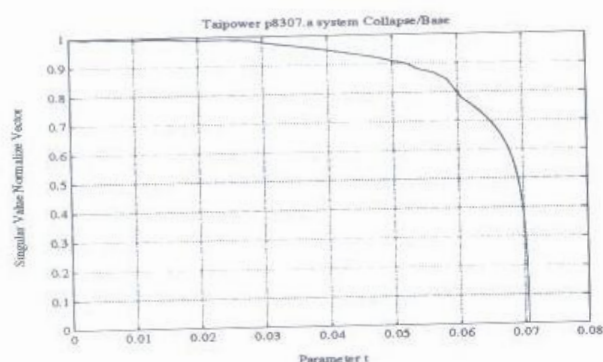
圖二十為八十三年尖峰月份北部松樹、中部彰化及南部高港變電所三站的電壓變化曲線，觀察此曲線可知在接近電壓崩潰點時，以松樹變電所電壓下降最快速，而以高港變電所電壓下降最緩慢。相對於圖二十所繪出的電壓穩定度指標變化曲線如圖二十一所示，觀察此曲線可知在到達電壓崩潰點時，電壓穩定度指標已趨近於零；圖二十二為八十三年七月系統電壓穩定度指標之單位化向量變化曲線，此曲線是將圖二十三的最小奇異值曲線除以基本負載時的電壓穩定度指標而得，因此是將基本負載時的電壓穩定度指標單位化為“1”，藉著此單位化後的結果，可輕易的比較不同系統電壓穩定度的差異情形；圖二十三為另外一種電壓穩定度指標之單位化向量曲線，不過在此圖中是將基本負載時的電壓穩定度指標減去圖二十一的最小奇異值曲線再除以基本負載時的電壓穩定度指標而得，和圖二十二最大的不同是在此將基本負載時的電壓穩定度指標單位化為“0”，藉此比較不同系統電壓穩定度的差異情形；上述之兩種不同的電壓穩定度單位化向量曲線，可依實際需要加以選擇，作為訂定運轉極限的參考依據。



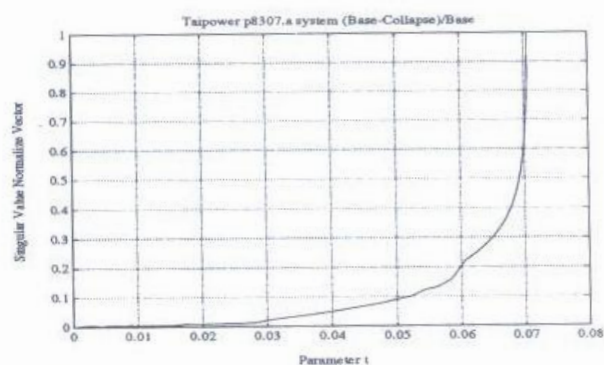
圖二十、八十三年七月松樹 P/S、彰化 P/S 及高港 E/S 三站電壓變化曲線



圖二十一、八十三年七月電壓穩定度指標變化曲線



圖二十二、八十三年七月電壓穩定度指標單位化向量曲線[C/B]



圖二十三、八十三年七月電壓穩定度指標單位化向量曲線[(B-C)/B]

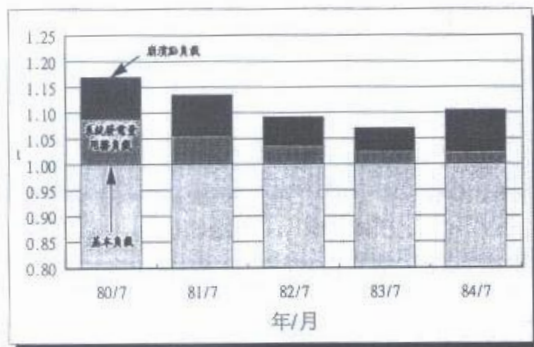
將系統歷年尖峰月份的電壓崩潰點模擬結果歸納成表七及表八，分別為以 t 參數表示及以系統負載量表示的模擬結果，由表七中可看出電壓崩潰點逐年惡化的情形。將表七的內容繪出如圖二十四以 t 參數表示之電壓崩潰點模擬結果，能夠更清楚的看出歷年的電壓崩潰點變化情形，八十二年七月系統之運轉餘裕最少，其崩潰點 t 參數僅有 1.0705677。值得注意的是在八十二年以前，系統尖峰月份的電壓穩定度是逐年變差，八十四年時，電壓穩定度卻反而提昇，推斷原因可能與系統支路數較八十二年增加 43 條有關。

表七、歷年(80-84)尖峰月份以 t 參數表示之電壓穩定度模擬結果

年/月	基本負載 t 參數	系統發電量用發電 量用發電 t 參數	發散點 負載 t 參數	崩潰點 負載 t 參數	備用容量 (MW)
80/7	1	1.088474	1.153899	1.169653	1320.75
81/7	1	1.055817	1.115550	1.135610	931.25
82/7	1	1.036598	1.076282	1.092470	633.50
83/7	1	1.026375	1.060520	1.070567	495.75
84/7	1	1.025038	1.090928	1.105927	466.50

表八、歷年(80-84)尖峰月份以系統負載量表示之電壓穩定度模擬結果

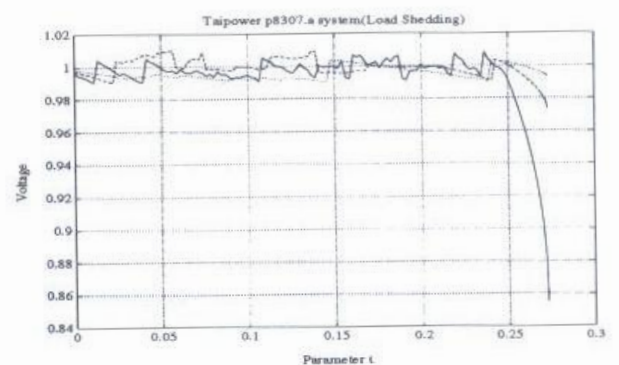
年/月	基本負載		系統發電容量用罄負載		崩潰點負載		系統卸載量 (MW)
	實功率(MW)	虛功率(MVAR)	實功率(MW)	虛功率(MVAR)	實功率(MW)	虛功率(MVAR)	
80/7	14738.94	4016.44	16042.95	4371.79	17376.65	4724.04	3079
81/7	16053.80	4390.36	17031.17	4657.65	18466.45	5008.48	3153
82/7	17192.01	4249.74	17821.22	4405.27	18922.28	4655.53	3153
83/7	17981.59	4423.97	18455.86	4540.65	19457.47	4774.65	3156
84/7	18953.30	4495.90	19427.85	4608.47	20956.78	4916.88	3156

圖二十四、歷年(80-84)尖峰月份以 t 參數表示之電壓穩定度模擬結果圖

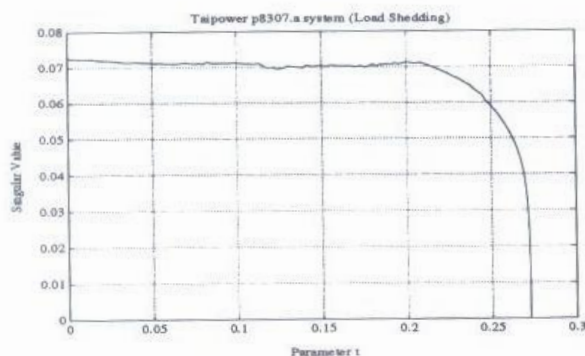
b. 考慮採取卸載措施：

圖二十五為八十三年七月份考慮系統備用容量用罄實施卸載措施時的電壓變化圖，與圖二十比較，相同的是兩者在電壓崩潰點附近時，皆以北部松樹變電所電壓較低，且下降的較快，意味北部電壓較難維持正常值，可能在重載的情形下、北部系統欠缺較多的虛功率所致；不同的是在採取卸載措施後，電壓崩潰點延遲將近 0.2020133(t 參

數)才發生，因此可知採取卸載措施能有利於維持系統的電壓穩定度。相對於圖二十五的電壓穩定度指標曲線如圖二十六所示。茲將歷年尖峰系統採取卸載措施後以 t 參數表示所模擬的電壓崩潰模擬結果歸納成表九，對應所繪出的圖形則列於圖二十七，由以上的模擬結果可知卸載措施的實行，對電壓穩定度確實有幫助。



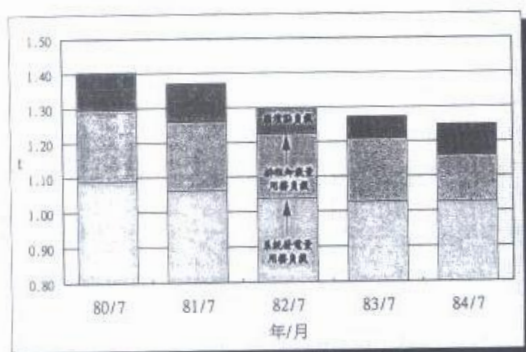
圖二十五、八十三年七月松樹 P/S、彰化 P/S 及高港 E/S 三站電壓變化曲線(考慮卸載)



圖二十六、八十三年七月電壓穩定度指標變化曲線(考慮卸載)

表九、歷年(80-84)尖峰月份以 t 參數表示之電壓穩定度模擬結果(考慮卸載)

年/月	基本 負載 t 參 數	系統發 電量用 罄負載 t 參數	排程卸 載量用 罄負載 t 參數	發散點 負載 t 參數	崩潰點 負載 t 參數
80/7	1	1.0884740	1.2955621	1.3824950	1.4034160
81/7	1	1.0608115	1.2595910	1.3398368	1.3710449
82/7	1	1.0365987	1.2229900	1.2757456	1.2980167
83/7	1	1.0263751	1.2083380	1.2488308	1.2725810
84/7	1	1.0250381	1.1589040	1.2385704	1.2498127



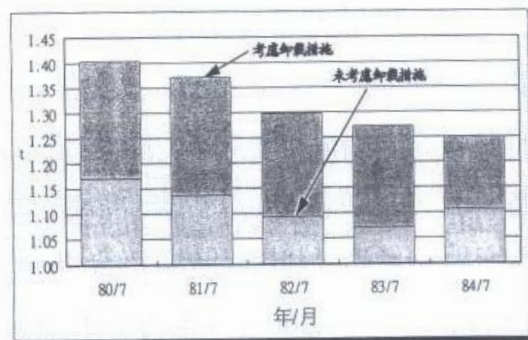
圖二十七、歷年(80-84)尖峰月份以 t 參數表示之電壓穩定度模擬結果圖(考慮卸載)

c. 卸載措施實施與否之比較：

將 a 及 b 項對於系統歷年尖峰以 t 參數模擬的電壓崩潰點模擬結果歸納於表十中，相對應於此表的比較長條圖如圖二十八所示，由此圖可明顯看出採取卸載措施對於歷年系統的電壓崩潰點也有延長的作用，亦即提升了系統的電壓穩定度。

表十、歷年(80-84)尖峰月份以 t 參數表示之卸載與否比較表

年/月	崩潰點負載 t 參數		差異量 delta(%)
	未考慮卸載	考慮卸載	
80/7	1.1696536	1.4034160	0.200
81/7	1.1356100	1.3710449	0.207
82/7	1.0924709	1.2980167	0.188
83/7	1.0705677	1.2725810	0.189
84/7	1.1059275	1.2498127	0.130



圖二十八、歷年(80-84)尖峰月份以 t 參數表示之卸載與否比較曲線

4.3 討論與建議

根據上述研討模擬結果，將若干討論與建議事項陳述於後：

- (1).由一年度資料之電壓崩潰點模擬結果得知，系統在夏季尖峰時，電壓崩潰的現象將較其餘月份提早發生，意味此時之系統電壓穩定度之運轉餘裕較小，系統運轉人員在此情形下，須非常謹慎小心。另外，由年度各月份的模擬結果可知，在崩潰點發生前，系統之發電備用容量已不足，亦即在台電系統上，電力不足的問題，將較電壓穩定度的問題先發生，此情形尤以夏季尖峰時最為明顯。而為了應付系統備用容量不足所採取的卸載措施，對電壓崩潰點的延長有很大的助益，因此可推論在考慮系統備用容量不足及希望維持較好的電壓穩定度時，採取卸載措施是必要的。
- (2).由歷年資料之電壓崩潰點模擬結果可發現，既使台電公司近年來在電源的開發上不遺餘力，但仍是趕不上系統負載增加的速度，系統備用容量是逐年遞減；相對的，在系統電壓穩定度的問題上面，系統正常運轉點與電壓崩潰點之間的運轉餘裕度亦是逐年減少，因此由上述兩項對系統不利的因素，台電公司人員應正視此問題，除了加緊開發新電源的速度，以解決備用容量不足的問題外，也應著手加強

系統輸電幹線或提升虛功率的供應(譬如增設靜態電容器)，以解決日益惡化的電壓穩定度問題。

五、結 論

本文應用一種快速指標計算法，研析一實際電力系統之電壓穩定度，除了藉此瞭解實際系統之電壓穩定度情形外，也希望能夠藉著分析模擬結果，歸納出有關係系統電壓穩定度方面的訊息，以作為參考。本文利用矩陣奇異值分解法理論，推導出新式的演算法，作為求解系統快速電壓穩定度指標的依據，此演算法無論是在疊代次數或是程式執行時間上，都顯得很有利，尤其對於大型系統的運算。另外還包括引用連續法理論推導出的一種靜態電壓穩定度模型，此連續法具有求解方程式個數不增加、容易收斂等優點，所以將此模型應用在電壓崩潰程式中，以求得系統之精確崩潰點。在實際系統的研討上，將實際運轉狀況諸如發電機組備用容量排序、應付發電容量用罄時所採取的卸載措施等，在模擬過程中加以考慮，並針對實際系統之年度、歷年的系統資料，研究其電壓崩潰點變遷情形，瞭解此系統之電壓穩定度狀況，並以賈克比矩陣之最小奇異值，當作電壓穩定度的指標，作為判斷系統電壓穩定度的依據，期能從這些實例的模擬結果中，瞭解有關係系統電壓穩定度方面的訊息。

綜歸上論，使用本文提出新演算法所求出賈克比矩陣的電壓穩定度指標，具有多項優點，且在實際系統的模擬上，亦提供了一個很好的參考指標，可善加利用，以期能夠對系統的電壓穩定度問題有更深一層的瞭解。在實際系統的模擬結果中，不難發現系統電壓穩定度有愈來愈惡化的情形，實值得注意。

六、誌謝

本文得以順利完成，由衷感謝清華大學電機系潘晴財教授的熱誠指導，也要感謝電力調度處張處長、鄭副處長、蔡調度監、李副調度監、范線損幹事及系統規劃處洪永輝股長等人，在網路系統參數資料上的提供及技術上的指正，實受益良多，特此敬上十二萬分的感謝之意！

七、參考文獻

- [1] T. Sukura; *The power system failure on July 23, 1987 in Tokyo*, IEEE Proceedings of 27th Conference on Control and Decision, Dec. 1988, Austin, Tx, pp2093-2097.
- [2] C.C. Lin, *Characterization of a Voltage Collapse Mechanism due to the effects of On-Load Tap Changers*, Proc. 1986 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, vol.3, pp1028-1030.
- [3] Y. Harmand, et.al. *Analysis of a voltage collapse incident and proposal for a time-based hierarchical containment scheme*, CIGRE Report 38/39-02, 1990.
- [4] A.J. Calvaer and E. Van Geert *Quasi steady state synchronous machine linearization around an operating point and applications*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol PAS-103, no 6, pp1466-1472, June 1984.
- [5] P-A Lof, T Smed, G Andersson and D J Hill, *Fast Calculation of A Voltage Stability Index*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, No. 1, Feb. 1992, pp54-64.
- [6] D. J. Hill, P-A Lof, and G. Andersson, *Analysis of long-term voltage stability*, Proceedings of the 10th Power System Computation Conference, August, 19 - 24, 1990, pp 1252-1259.
- [7] H. K. Clark, *New challenge: voltage stability*, IEEE Power Engineering Review, April 1990, pp33-37.
- [8] Hsiao-Dong Chiang et al : *On Voltage Collapse in Electric Power Systems*, IEEE Tran. on Power Systems, Vol. 5, No. 2, May 1990, pp601-611.
- [9] C. T. Pan and Y. H. Hong, *Calculation of the Critical Point of Voltage Collapse of Power System*, TENCO, Beijing, October, 1993.
- [10] L. L. Freris and A.M. Sasson, *Investigation of the load-flow problem*, Proceedings IEE, Vol 115, No.10, Oct. 1986, pp1459-1470.
- [11] B.M. Weedy and B.R. Cox, *Voltage Stability of Radial Power Links*, Proc. IEE, Vol. 115, No.2, pp 528-536, April 1986.

